

II ЕТАП ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ УЧНІВСЬКОЇ ОЛІМПІАДИ З ФІЗИКИ
У 2025/2026 НАВЧАЛЬНОМУ РОЦІ
8 клас. Теоретичний тур
Розв'язки та критерії

1. **Відро піску.** (10 балів) У відро налили воду до самого краю і зважили – отримали масу $m_1=11$ кг. Потім воду вилили, відро ретельно висушили, засипали в нього сухий пісок до краю та знову зважили – отримали значення $m_2=17$ кг. У третьому експерименті пісок із відра не висипали: у відро з піском обережно доливали воду, доки рівень води не піднявся рівно до верхнього краю відра. Вважайте, що всі порожнини між піщинками заповнилися водою. Після цього відро зважили ще раз і отримали $m_3=21$ кг. Відомо, що густина матеріалу піщинок у 2,6 разів більша за густину води.



А) (3 бал) Поясніть, чому **середня густина сухого піску** (відношення маси сухого піску у відрі до об'єму відра) не дорівнює густині речовини піщинок.

Б) (5 балів) Визначте **масу порожнього відра**.

В) (2 бали) Яку частку об'єму відра займають самі піщинки, а яку порожнини між ними?

Розв'язок: **А)** Піщинки заповнюють відро нещільно, між ними є порожнини, отже об'єм, що займає порція піску, дещо більший за сумарний об'єм піщинок. Отже, відношення маси порції піску до об'єму, який він займає (це відношення називають насипною густиною), буде меншою за густину матеріалу піщинок.

Б) Розглянемо кожний з експериментів. Маса в першому випадку дорівнює сумі мас відра та води в ньому:

$$m_1 = m_{\text{відра}} + V_{\text{відра}}\rho_{\text{в}}. \quad (1)$$

У другому випадку до маси відра додається маса піску,

$$m_2 = m_{\text{відра}} + V_{\text{піску}}\rho_{\text{п}}, \quad (2)$$

причому об'єм $V_{\text{піску}}$, що займають всі піщинки, менший за об'єм відра на величину об'єму всіх порожнин.

В третьому експерименті маса є ще більшою, бо порожнини заповнилися водою:

$$m_3 = m_{\text{відра}} + V_{\text{піску}}\rho_{\text{п}} + \rho_{\text{в}}(V_{\text{відра}} - V_{\text{піску}}). \quad (3)$$

Розв'язуючи ці рівняння, отримаємо

$$m_{\text{відра}} = m_2 - (m_3 - m_1) \frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{п}} - \rho_{\text{в}}} = m_2 - (m_3 - m_1) \frac{k}{k - 1} = 0,75 \text{ кг},$$

де $k=2,6$ – відношення густин піщинок і води.

В) Долю об'єму, яку займають піщинки, визначимо з цієї ж системи рівнянь (1-3), знаходячи об'єм піску і всього відра:

$$x = \frac{V_{\text{піску}}}{V_{\text{відра}}} = \frac{m_3 - m_1}{km_3 - m_1 - (k - 1)m_2} \approx 0,61.$$

Тоді доля об'єму, яку займають порожнини

$$1 - x = \frac{(k - 1)(m_3 - m_2)}{km_3 - m_1 - (k - 1)m_2} \approx 0,39.$$

Тобто самі піщинки займають приблизно 61% об'єму, а 39% припадає на порожнини.

Критерії оцінювання:

А) Повне обґрунтування – 3 б.

(за просто згадування, навіть неточно сформульоване!, про нещільність АБО наявність порожнин 2 б.)

Б) Представлення мас через маси відра/піску/води/об'єми – по 1 б. для кожного з трьох випадків

(При помилках у виразах для мас, наприклад, використання невірних об'ємів, знижуємо до 0.5 або 1, але якщо є спроба представлення маси як суми чогось, то 0.5 б. учасник отримує. Якщо задача розв'язана в числах, то учень отримує максимум по 1 б. за кожне з рівнянь.)

Розв'язок системи і отримання відповіді в загальному вигляді – 1 б.

Розрахунок і отримання правильної числової відповіді – 1 б.

(За спробу розрахунку, хоч і з помилкою – 0.5 б.)

В) Отримання відповіді в загальному вигляді для x АБО $1-x$ – 1 б.

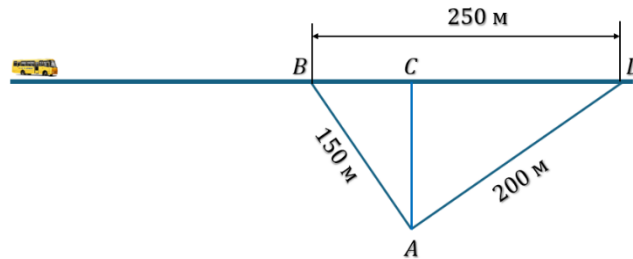
Розрахунок (або чисельний розв'язок, без отримання формули) – 1 б.

Результат округлюється до цілої кількості балів.

2. 3 грибами за автобусом. (10 балів) Євген захопився збиранням грибів на маленькій галявині A і раптом чує шум – прямолінійною трасою рухається автобус, який обов'язково треба «перехопити», щоб вчасно повернутися додому. Євгену **важко оцінити відстань** до автобуса. Траса прямолінійна, від галявини A до траси можна дістатися тільки трьома прямолінійними стежками (див. рисунок). Стежки AB і AD перпендикулярні одна до одної, стежка AC перпендикулярна до траси. Євген може бігти стежками AB і AD зі швидкістю 4 м/с, а вузькою стежкою AC – зі швидкістю 3 м/с; автобус завжди рухається цією трасою зі швидкістю 54 км/год.

А) (4 бали) За який **мінімальний час** Євген може **потрапити на трасу**?

Б) (6 балів) **Якою стежкою** йому слід рухатися, щоб мати **більше шансів «перехопити» автобус**?



Розв'язок: А) Перш за все треба знайти довжину найкоротшої стежки AC , перпендикулярної до траси. Інакше кажучи, треба знайти висоту трикутника ABD , проведену з вершини A . Площу цього трикутника можна виразити або через довжини катетів, або через довжини гіпотенузи та проведеної до неї висоти:

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot AD = \frac{1}{2} BD \cdot AC.$$

Звідси маємо $AC = \frac{AB \cdot AD}{BD} = 120$ м. Отже, час руху Євгена до траси може бути або $t_{B\epsilon} = \frac{AB}{v_1} = 37,5$ с, або $t_{C\epsilon} = \frac{AC}{v_2} = 40$ с, або $t_{D\epsilon} = \frac{AD}{v_1} = 50$ с (тут і надалі ми позначаємо швидкості руху Євгена та автобуса відповідно як $v_1 = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $v_2 = 3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $v_3 = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$). Як бачимо, мінімальний час відповідає руху стежкою AB : $t_{\min} = \frac{AB}{v_1} = 37,5$ с.

Б) Щоб «перехопити» автобус, Євген має потрапити до певної точки траси не пізніше, ніж автобус. Для оцінки ситуації треба спочатку визначити довжину відрізка траси BC . Скористаємося тим, що висота AC розділяє прямокутний трикутник ABD на два прямокутних трикутники, подібних до трикутника ABD (усі ці трикутники мають однакові гострі кути). Тоді можна записати пропорцію $\frac{BC}{AB} = \frac{AB}{BD}$, звідки знаходимо $BC = 90$ м.

Уважатимемо початком відліку часу момент, коли Євген почув шум від автобуса. Припустимо, що автобус проходить точку B в момент часу t_B (визначити цей момент з умови задачі неможливо). Тоді автобус (за умови продовження рівномірного руху) потрапить у точку C в момент часу $t_C = t_B + \frac{BC}{v_3} = t_B + 6$ с, а в точку D – в момент $t_D = t_B + \frac{BD}{v_3} = t_B + 16,7$ с. Євген може потрапити в точку B в момент $t_{B\epsilon} = 37,5$ с, у точку C в момент $t_{C\epsilon} = 40$ с, а в точку D – в момент $t_{D\epsilon} = 50$ с.

Отже, «запізнення» Євгена порівняно з автобусом у випадку руху різними стежками будуть:

- у точці B : $\Delta t_B = 37,5 \text{ с} - t_B$;
- у точці C : $\Delta t_C = 34 \text{ с} - t_B$;
- у точці D : $\Delta t_D = 33,3 \text{ с} - t_B$.

Як бачимо, найменшим є «запізнення» в точці D . Можливий варіант, коли «запізнення» в точках B, C будуть додатними (тобто Євген потрапляє в точку вже після автобусу), а в точці D «запізнення» буде від'ємним (тобто Євген потрапить у цю точку раніше, ніж автобус, і зможе «перехопити» автобус).

Отже, найбільші шанси «перехопити» автобус – у випадку руху найдовшою стежкою AD ! Але різниця виходить не дуже великою...

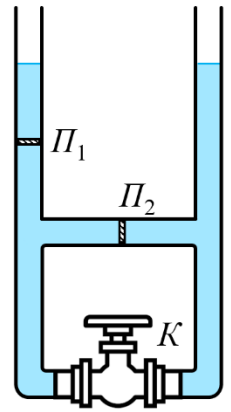
Критерії оцінювання:

А) Визначення довжини стежки AC	2 бали
Порівняння часу руху різними стежками, визначення найменшого	2 бали
(Якщо порівняно лише доріжки AB і AD , то 0 б. за першу складову і 1.5 б за другу)	
Б) Визначення довжини відрізка траси BC	2 бали
Спосіб (будь-який коректний спосіб) порівняння часу проходження точок B, C, D автобусом і Євгеном	3 бали
Визначення стежки, рух якою є оптимальним	1 бал

Примітка для членів журі. В умові є надлишкові дані щодо трикутника ABD , оскільки багато хто з учнів може ще не знати теореми Піфагора.

Результат округлюється до цілої кількості балів.

3. **Всюди переешкоди!** (10 балів) Показана на рисунку система складається з двох довгих вертикальних та двох горизонтальних трубок з водою однакового поперечного перерізу 5 см^2 . Верхні кінці обох вертикальних трубок відкриті, у початковому стані рівні води в них однакові. У лівій трубці встановлено тонкий легкий поршень Π_1 , який щільно прилягає до стінок та може рухатися вздовж трубки **із тертям**. У середині верхньої горизонтальної трубки встановлено такий самий поршень Π_2 , який щільно її перекриває та може рухатися вздовж неї, долаючи таку саму силу тертя. У нижній горизонтальній трубці встановлено кран K . **Спочатку кран K відкрито**, а в ліву трубку починають повільно доливати воду. Рівень води у правій трубці починає зростати лише після того, як рівень у лівій підвищиться на 10 см порівняно з початковим. Для розрахунків уважайте, що прискорення вільного падіння дорівнює $9,8 \text{ Н/кг}$, а густина води 1000 кг/м^3 .



А) (2 бали) Знайдіть різницю тисків на обидві поверхні поршня Π_1 перед самим початком руху.

Б) (4 бали) Знайдіть максимальну силу тертя між поршнем та стінками трубки.

Після описаних вище дій **кран K закривають**, і починають повільно доливати воду в праву трубку.

В) (4 бали) Який об'єм води потрібно долити в праву трубку, щоб рівень у лівій почав зростати?

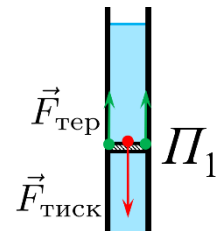
Розв'язок: А) Оскільки кран відкритий, то тиск на нижню поверхню поршня Π_1 визначається лише рівнем води у правій трубці і залишається незмінним при доливанні води у ліву трубку. Тиск же на верхню поверхню поршня визначається стовпчиком води у першій трубці над ним, і при доливанні збільшується на

$$\Delta p = \rho g h = 980 \text{ Па}.$$

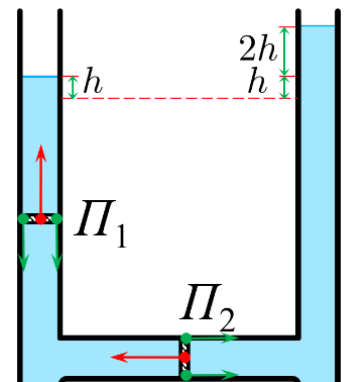
Отже це і є шукана різниця тисків на дві поверхні поршня.

Б) Розглянемо рівновагу поршня. Оскільки за умовою його можна вважати легким і тонким, то ми можемо знехтувати силою тяжіння і вважати, що максимальна сила тертя, яка діє на нього, компенсується результуючою сил тиску води, тобто

$$F_{\text{max}} = \Delta p S = \rho g h S = 0,49 \text{ Н}.$$



В) Тепер кран закритий, і різницю тисків на нього ми не знаємо. Вода в цьому випадку почне текти через перемичку. Для того, щоб рівень води у лівій трубці почав зростати, необхідно, щоб зрушили з місця **обидва** поршні, тобто на них повинні діяти максимальні сили тертя (які ми знайшли у пункті Б). При цьому напрямки сили тертя, що діє на перший поршень в цьому випадку, зміниться на протилежний (див. рис.). Оскільки два поршні однакові, то ми маємо такі точно діаграми сил, що й у пункті Б, лише повернуті так, як показано на рисунку. Тоді різниця тисків справа і зліва від поршня Π_2 повинна зрівнятися з 980 Па (як у п. А), так само різниця тисків знизу і зверху від Π_1 повинна бути 980 Па. А це означає, що необхідна різниця рівнів у правій і лівій трубках повинна бути $2h=20 \text{ см}$. Згадаємо, що в ліву трубку вже було доливо стовпчик води висотою h , тобто в праву треба долити $3h=30 \text{ см}$ води. Відповідний об'єм води



$$V = 3hS = 150 \text{ мл}.$$

Критерії оцінювання:

А) Твердження про незмінність тиску на нижню поверхню – 1 б.

Розрахунок різниці тисків (навіть без відповіді у загальному вигляді, або навіть просто розрахунок без жодних пояснень) – 1 б.

Б) Рисунок з силами АБО текстом опис тіла, на яке розглядаються сили, та їх напрямків – 1 б.

Рівняння балансу сил – 2 б.

Отримання числового результату – 1 б.

Якщо проводиться одразу розрахунок, то за рівняння 1.5 б не отримується, але отримується за числовий результат.

В) Твердження про те, що вода потече по перемичці і обговорення ролі крана – 1 б.

Розгляд сил на поршні і обговорення різниць тисків по різні сторони від поршнів – 1.5 б.

(лише вірний рисунок сил – 1 б.)

Отримання вірної різниці рівнів – 0.5 б.

Отримання вірного об'єму – 1 б.

(якщо об'єм пораховано як $2hS$, то останній 1 б. учасник не отримує).

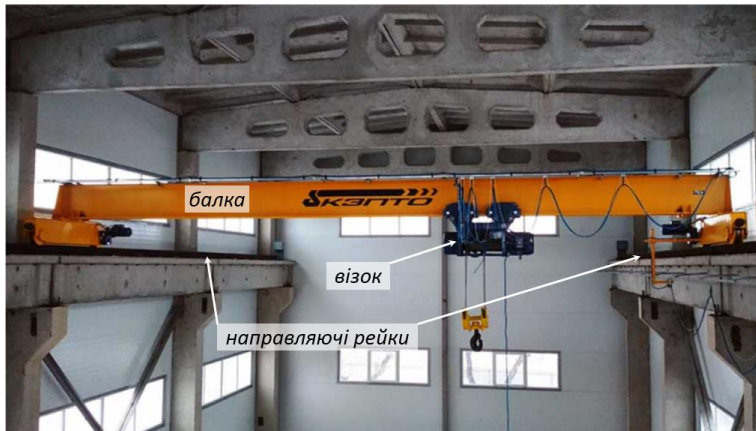
Результат округлюється до цілої кількості балів.

4. **Мостовий кран.** (10 балів) Мостовий кран використовується у великих приміщеннях для переміщення вантажів у різних напрямках. На фото зображено приклад такого крану. Візок може рухатися вздовж балки, а сама балка по направляючих рейках. Вам надані технічні характеристики крана (дивись підпис під фото), а також схематичний вигляд згори. Маса балки 5 т рівномірно розподілена по довжині. Вважайте, що прискорення вільного падіння дорівнює $9,8 \text{ Н/кг}$.

А) (5 балів) Візок не може під'їжджати ближче ніж на $1,5 \text{ м}$ до кожної рейки. Знайдіть **максимальну різницю сил реакції опор** (лівої та правої рейок) у момент, коли кран піднімає вантаж максимальної маси і візок займає крайнє допустиме положення. Масою та розмірами візка знехтуйте.

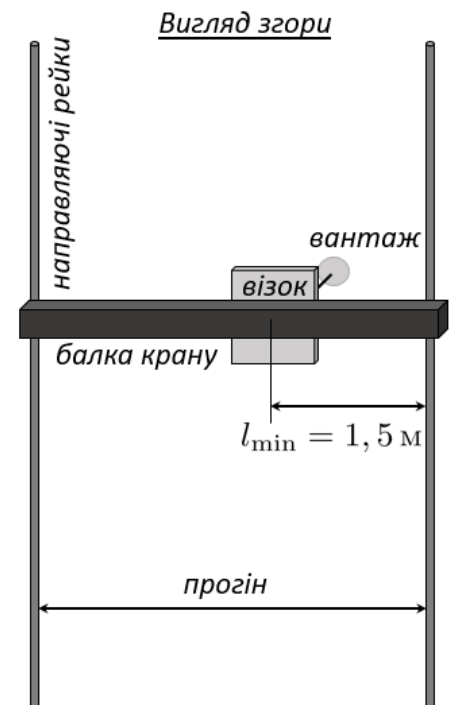
Б) (2 бали) Визначте **максимальну механічну потужність** при підніманні вантажу максимальної маси (без урахування інших можливих втрат).

В) (3 бали) Припустіть, що під час руху візка уздовж балки потужність приводу приблизно в десять разів менша за максимальну механічну потужність при підйомі. Оцініть **силу опору руху візка** уздовж балки при його переміщенні зі швидкістю, зазначеною в технічних характеристиках.



Основні технічні характеристики крана:

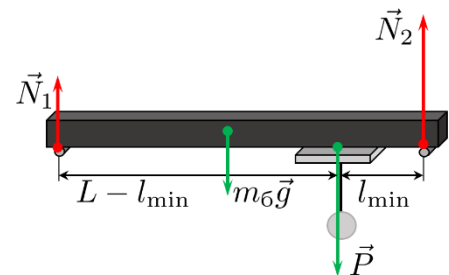
- вантажопідйомність - $10,0 \text{ т}$;
- висота підйому - $7,0 \text{ м}$;
- прогін - $10,5 \text{ м}$;
- швидкість підйому-опускання - 4 м/хв ;
- швидкість пересування візка - 20 м/хв ;
- швидкість пересування крана - 40 м/хв ;



Розв'язок: **А)** Розглянемо сили, що діють на балку (див. рис.): дві сили реакції опори врівноважують силу тяжіння $m_0 \vec{g}$ і вагу \vec{P} вантажу ($P = mg$, де m – маса вантажу). Для знаходження шуканої різниці сил реакції двох рейок достатньо розглянути другу умову рівноваги балки (рівність нулю моментів сил) відносно її середини. Тоді момент сили тяжіння балки дорівнює нулю, і ми отримаємо

$$N_1 \frac{L}{2} = N_2 \frac{L}{2} - mg \left(\frac{L}{2} - l_{\min} \right),$$

звідки знаходимо шукану різницю сил реакції:



$$N_2 - N_1 = mg \left(1 - \frac{2l_{\min}}{L} \right) = 70 \text{ кН.}$$

(тут взято масу вантажу $m = 10 \text{ т}$ і довжину прогону $L = 10,5 \text{ м}$ з технічних характеристик крана).

Б) Максимальна корисна потужність крана визначається вагою вантажу і швидкістю його підйому,

$$P_{\text{підйом}} = mg \cdot v_{\text{п}} \approx 6,5 \text{ кВт.}$$

(тут взято швидкість підйому $v_{\text{п}} = 4 \frac{\text{м}}{\text{хв}} = \frac{4}{60} \frac{\text{м}}{\text{с}}$ з технічних характеристик крана).

В) При горизонтальному переміщенні візка виконується робота проти сили опору, а отже потужність визначатиметься величиною сили опору і швидкістю руху,

$$P_{\text{гор}} = F_{\text{оп}} v_{\text{віз}} \approx \frac{P_{\text{підйом}}}{10},$$

звідки оцінімо силу опору,

$$F_{\text{оп}} = \frac{P_{\text{підйом}}}{10 v_{\text{віз}}} = mg \frac{v_{\text{п}}}{10 v_{\text{віз}}} \approx 2 \text{ кН.}$$

Зазначимо, що зазвичай потужність двигунів при підйомі є дійсно значно більшою, ніж при пересуванні в горизонтальній площині.

Критерії оцінювання: **А)** Рисунок з силами, що діють на балку – 1.5 б.

Написання умови рівноваги балки – 1 б.

Врахування сили тяжіння балки АБО аргументація, чому вона не входить у рівняння – 0.5 б.

Отримання різниці сил реакції – 1 б.

Розрахунок з вірно підставленими даними – 1 б.

(При використанні не тих числових даних – 0.5 б)

Б) Використання зв'язку потужності з силою і швидкістю – 1 б.

Розрахунок потужності – 1 б.

(Використання не тих даних для швидкості або не переведені одиниці вимірювання швидкості знімають 0.5 б.)

В) Використання зв'язку потужності з силою опору – 1 б.

Отримання формули для сили опору – 1 б.

(При розрахунку по діях з формулами на кожному кроці 0.5 б., зовсім у числах – знімає цей бал)

Розрахунок сили опору – 1 б.

Результат округлюється до цілої кількості балів.