

II ЕТАП ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ УЧНІВСЬКОЇ ОЛІМПІАДИ З ФІЗИКИ У 2025/2026 НАВЧАЛЬНОМУ РОЦІ

10 клас

Теоретичний тур. Умови/розв'язки та критерії

1. Вітровий електрогенератор (вітряк) отримує електроенергію від кінетичної енергії вітру, що налітає на нього. Вважаємо, що вітер налітає на вітряк зі швидкістю V , а за вітряком швидкість вітру падає до $V/2$.



Через наявність тертя та інших втрат вітряк може перевести в електричну енергію лише половину від кінетичної енергії, яку вітер втрачає проходячи через нього. *Було б ідеально, якби вітряк міг перетворювати на електричну енергію всю кінетичну енергію вітру, що налітає на нього, але цього, звісно ж, не відбувається.*

1.1. (3 бали) Знайдіть ККД вітряка.

Уважаючи, що густина повітря в потоці вітру перед вітряком відома і дорівнює ρ , а площа перерізу потоку повітря, яку перехоплює вітряк, дорівнює S , знайдіть:

1.2. (4 бали) Потужність вироблення електроенергії вітряком.

1.3. (3 бали) Силу, що діє з боку вітру на вітряк.

Розв'язання «1. Вітровий електрогенератор»

1.1. (3 бали) Нехай за деякий час через вітряк пройшла маса повітря m . Кінетична енергія, яку втратив вітер, проходячи через вітряк, дорівнює різниці початкової і кінцевої кінетичних енергій вітру:

$$\frac{mV^2}{2} - \frac{m\left(\frac{V}{2}\right)^2}{2} = \frac{3mV^2}{8}.$$

Енергія, що перейшла в електричну, це половина від втраченої вітром:

$$W_{\text{ел}} = \frac{1}{2} \frac{3mV^2}{8},$$

або через потужність

$$P_{\text{ел}} = \frac{\Delta W_{\text{ел}}}{\Delta t} = \frac{1}{2} \frac{3\mu V^2}{8},$$

де $\mu = \frac{\Delta m}{\Delta t}$ – маса повітря, що проходить через вітряк за одиницю часу.

Повна кінетична енергія налітаючого вітру, яку можна було б використати для перетворення в електроенергію: $W_{\text{вітру}} = \frac{mV^2}{2}$ (через потужність $\frac{\mu V^2}{2}$).

$$\text{Вираз для ККД: } \eta = \frac{W_{\text{ел}}}{W_{\text{вітру}}} = \frac{3}{8} = 37,5\% \text{ або } \eta = \frac{P_{\text{ел}}}{P_{\text{вітру}}} = \frac{3}{8}.$$

1.2. (4 бали) Маса повітря, що проходить через вітряк за одиницю часу: $\mu = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\rho \Delta V}{\Delta t}$. Тут ΔV це об'єм повітря густиною ρ , що проходить крізь вітряк за

час Δt . Тому $\mu = \frac{\rho \Delta V}{\Delta t} = \frac{\rho \Delta x S}{\Delta t}$, де $\Delta x = V \Delta t$ – довжина горизонтального циліндра повітря, що проходить за час Δt крізь вітряк. Остаточно, $\mu = \rho S \frac{\Delta x}{\Delta t} = \rho S V$. Отже

$$P_{\text{ел}} = \frac{1}{2} \frac{3\mu V^2}{8} = \frac{3}{16} \rho S V^3.$$

1.3. (3 бали) Сила з боку вітряка діє на вітер і зменшує його імпульс. Така сама за модулем сила діє за III законом Ньютона зі сторони вітру на вітряк:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta m(V - V/2)}{\Delta t} = \mu \frac{V}{2} = \frac{\rho S V^2}{2}.$$

У цьому випадку ми нехтуємо тим, що після вітряка повітря закручується і має деяку невелику складову швидкості, перпендикулярну до попереднього напрямку руху.

1.1	Отримано вираз $\frac{mV^2}{2} - \frac{m(\frac{V}{2})^2}{2} = \frac{3mV^2}{8}$ для втрати вітром кінетичної енергії, або ж аналогічний для потужності, яка втрачається вітром, $\frac{\mu V^2}{2} - \frac{\mu(\frac{V}{2})^2}{2} = \frac{3\mu V^2}{8}$	1 бал
	Використано формулу $W_{\text{вітру}} = \frac{mV^2}{2}$ в якості повної споживаної вітряком енергії, або ж аналогічну для потужності налітаючого вітру $\frac{\mu V^2}{2}$.	1 бал
	$\eta = \frac{3}{8}$ або 37,5%	1 бал
	Сума за пункт 1.1	3 бали
1.2	Вірно виведено вираз $\mu = \rho S V$	2 бали
	Вірно отримано результат $P_{\text{ел}} = \frac{3}{16} \rho S V^3$. Якщо учень загубив множник $\frac{1}{2}$ у формулі $P_{\text{ел}} = \frac{1}{2} P$ або/і використав невірний вираз для потужності втрати вітром кінетичної енергії, ставиться 1 бал.	2 бали
	Сума за пункт 1.2	4 бали
1.3	Використання закону зміни імпульсу та III закону Ньютона для отримання сили, що діє з боку вітру на вітряк	1 бал
	Правильно розписано зміну імпульсу за одиницю часу – 1 бал. Отримана вірна відповідь – ще 1 бал. (Ставиться повний бал, якщо все було зроблено вірно окрім формули для $\mu = \rho S V$ з пункту 1.2. Якщо ж, п.1.2 відсутній у розв'язанні, а формула $\mu = \rho S V$ виведена у п. 1.3, тоді 2 бали за неї додатково враховуються, але тільки один раз, або у пункті 1.2, або у п. 1.3.	2 бали
	Сума за пункт 1.3	3 бали
	Сума за всю задачу	10 балів

2. Дошка на пружинах. На горизонтальний стіл поставили дві пружини однакових розмірів, але різної жорсткості k і $2k$, а на них поклали однорідну дошку так, що та, стискаючи пружини, рухалась поступально і зберігала своє горизонтальне положення.

2.1. (4 бали) Якою для цього може бути найбільша відстань між пружинами? Розмірами діаметрів пружин знехтувати, розміри дошки вказані на рисунку.



2.2. (6 балів) Знайдіть період малих вертикальних коливань дошки на цих пружинах. Відомо, що при розміщенні пружин під протилежними рівновіддаленими від центру краями дошки, та стискає одну з них на 1,2 см більше, ніж іншу. Опором повітря знехтуйте, уважайте, що прискорення вільного падіння $g = 9,8 \text{ м/с}^2$. Формула для періоду коливань тягарця масою m на пружині жорсткістю k : $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$.

Розв'язання «2. Дошка на пружинах»

2.1. (4 бали) Оскільки жорсткості пружин відрізняються вдвічі, вдвічі мають відрізнятися і відстані від них до центру мас дошки (точки O на Рис.1), оскільки для поступального руху стиснення мають бути однаковими. При цьому всі три точки належатимуть одній прямій лінії, якщо дивитися згори.

Отже, розташовуємо м'якшу пружину 1 на самому краю дошки, а пружину 2 на половині цієї відстані від точки O . Відстань між пружинами 90 см. Але,

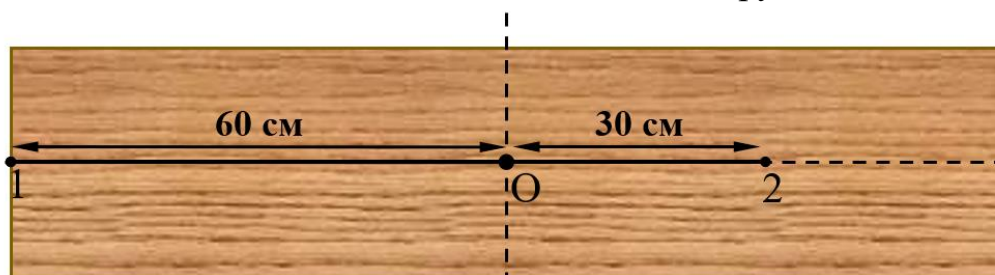


Рис.1

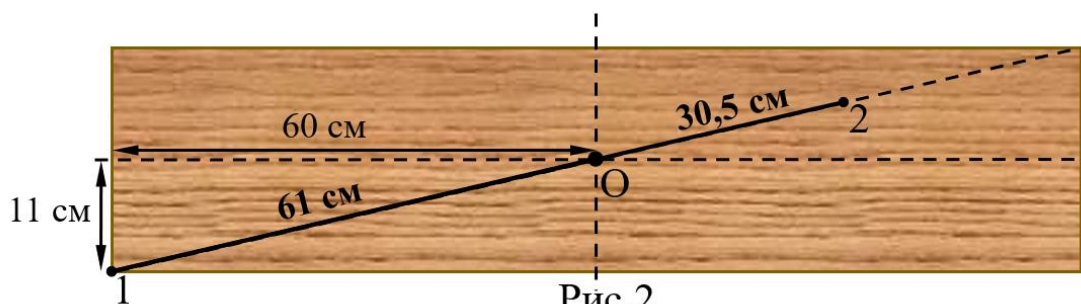


Рис.2

виявляється, це не максимальна відстань, яку можна побачити на Рис.2.

Максимальна відстань 91,5 см буде вздовж діагоналі, коли першу пружину ставимо у кут, якнайдалі від центру мас.

2.2. (6 балів) Дві паралельні пружини при однакових стисненнях мають загальну жорсткість, що дорівнює їх сумі, тобто ведуть себе як пружина жорсткістю $k + 2k = 3k$. Період коливань на такій пружині дорівнюватиме

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{3k}}.$$

Не відомі ні маса дошки m , ні жорсткість пружини k . Але період залежить від їх відношення, яке спробуємо знайти з додаткової умови задачі: при розміщенні пружин під протилежними краями дошки, та стискає одну з них на $\Delta x = 1,2$ см більше, ніж іншу. Зрозуміло, що, коли дошку утримують дві рівновіддалені від її центру сили, то вони однакові, $mg/2$ кожна. Тоді видовження пружини 1: $x_1 = \frac{mg}{2k}$, а пружини 2: $x_2 = \frac{mg}{4k}$. З їх різниці

$$\Delta x = x_1 - x_2 = \frac{mg}{4k}.$$

знаходимо, що $\frac{m}{k} = \frac{4\Delta x}{g}$. Отже,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{3k}} = 2\pi \sqrt{\frac{4}{3} \frac{\Delta x}{g}} = \frac{4\sqrt{2}}{70} \pi \text{ с} \approx 0,25 \text{ с}.$$

2.1	Промотивоване співвідношення відстаней 2:1	2 бали
	Якщо знайдені числове значення 91,5 см – 2 бали. Якщо знайдено 90 см – 1 бал.	2 бали
	Сума за пункт 2.1	4 бали
2.2	Знайдено ефективну жорсткість $3k$ в силовому підході (в енергетичному підході це не потрібно) – 1 бал. Записано вираз для періоду $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ – 1 бал. Знайдено правильний вираз для періоду $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{3k}}$ – 1 бал.	3 бали
	Знайдено $\frac{m}{k} = \frac{2\Delta x}{g}$ (2 бали) і $T \approx 0,25$ с (1 бал)	3 бали
	Сума за пункт 2.2	6 балів
	Сума за всю задачу	10 балів

3. Два м'яча. У спортзалі перший м'яч кидають горизонтально зі швидкістю V в напрямку другого такого самого м'яча, що лежить на підлозі, але з першого разу не влучають. Радіус кожного м'яча $R = 25$ см, початкова висота від центру першого м'яча до підлоги $H = 2,15$ м, відстань по горизонталі між центрами м'ячів $L = 2$ м, прискорення вільного падіння $g = 9,80$ м/с². Опором повітря при відповіді на всі питання задачі знехтуйте, в усіх випадках перший м'яч кидають горизонтально з тієї ж початкової точки.

3.1. (2 бали) Знайдіть, скільки часу рухався перший м'яч до удару о підлогу. Відповідь надайте з точністю до мілісекунди.

3.2. (3 бали) За якої мінімальної початкової швидкості V_{min} перший м'яч влучить у другий до того як вдариться о підлогу?

3.3. (5 балів) Існує максимальна початкова швидкість V_{max} першого м'яча, за якої той зачепить інший. Доведіть, що для цієї швидкості рух до моменту дотику триватиме $4/7$ с, і знайдіть значення V_{max} .

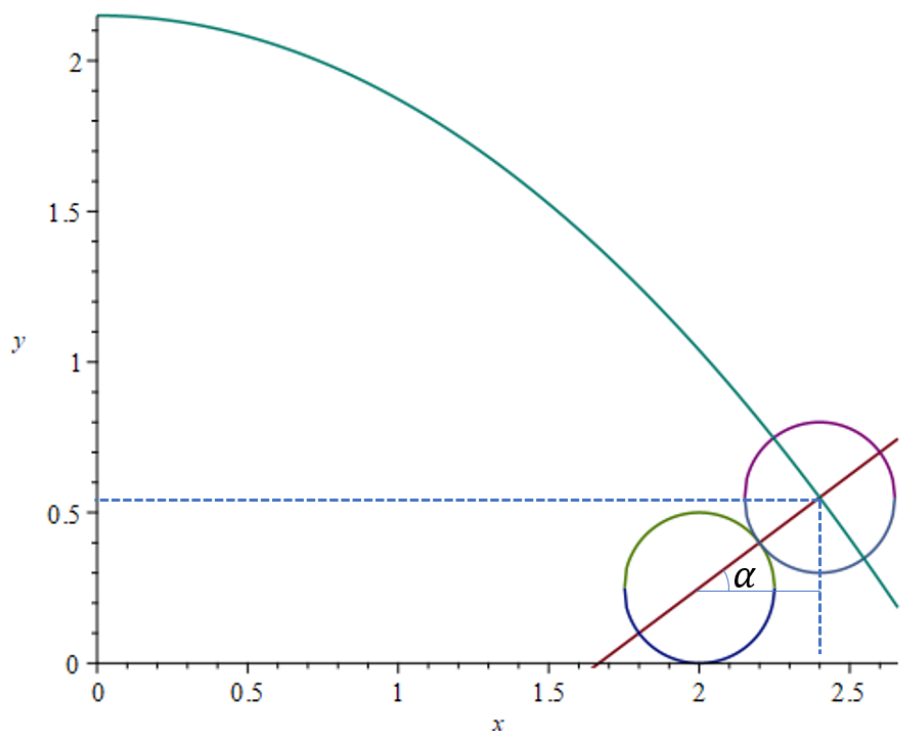
Розв'язання «3. Два м'яча»

3.1. (2 бали) По вертикалі м'яч до падіння пролітає $h = H - R = 1,9$ м. Початкова швидкість у вертикальному напрямку нульова. Тому, застосовуючи формулу рівноприскореного руху $h = \frac{gt^2}{2}$, знаходимо час $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \approx 0,6226998$ с ≈ 623 мс.

3.2. (3 бали) Для мінімальної швидкості V_{min} зміщення по горизонталі центру першого м'яча має бути $L - 2R \approx 1,5$ м.

$$V_{min} = \frac{L - 2R}{\sqrt{\frac{2h}{g}}} \approx 2,4089 \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 2,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

3.3. (5 балів) Для знаходження максимальної швидкості слід розглянути дотичний прольот першого м'яча над другим. Наївний розв'язок падіння першого м'яча впритул з другим, як було у питанні 2, тільки з іншої сторони, тепер не є правильним, оскільки для цього перший м'яч, щоб не зачепити другий, має опуститися позаду того вертикально вниз, що є неможливим.



Нехай у момент дотику ($\tau = 4/7$ с) відстань $2R$ між центрами м'ячів утворює кут α горизонтом (див. Рис). Тоді координати центру першого м'яча будуть $(L + 2R\cos\alpha; R + 2R\sin\alpha)$. З іншої сторони, ці ж координати з рівнянь руху тіла, кинутого горизонтально $(V_{max}\tau; H - \frac{g\tau^2}{2})$. Оскільки маємо дотичний проліт, вектор швидкості у момент дотику буде утворювати кут α з вертикаллю. Отже $\operatorname{tg}\alpha = \frac{V_{max}}{g\tau}$ й отримуємо систему рівнянь

$$\begin{cases} L + 2R\cos\alpha = V_{max}\tau, \\ R + 2R\sin\alpha = H - \frac{g\tau^2}{2}, \\ \operatorname{tg}\alpha = \frac{V_{max}}{g\tau}. \end{cases}$$

З другого рівняння знаходимо

$$\sin\alpha = \frac{H - R - \frac{g\tau^2}{2}}{2R} = 0,6.$$

Тоді $\cos\alpha = 0,8$, $\operatorname{tg}\alpha = 3/4$. Тепер ми можемо знайти V_{max} не залежно або з першого рівняння системи, або з третього. Якщо ці значення співпадуть, система самоузгоджена, і $\tau = 4/7$ с саме той час, коли відбувся дотик.

З першого рівняння

$$V_{max} = \frac{L + 2R\cos\alpha}{\tau} = 4,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

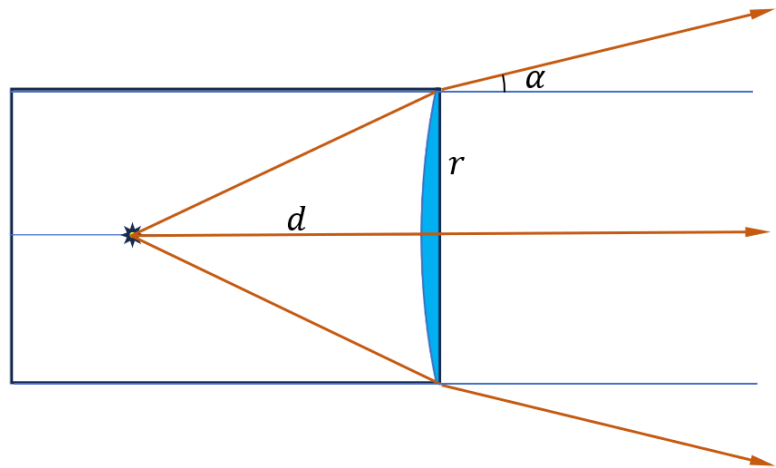
З третього рівняння

$$V_{max} = g\tau\operatorname{tg}\alpha = 4,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Відповіді однакові, отже час польоту триватиме $4/7$ с, а початкова швидкість $V_{max} = g\tau\operatorname{tg}\alpha = 4,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$

3.1	Отримано вираз $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ – 1 бал і правильне значення після округлення 623 мс – 1 бал.	2 бали
	Сума за пункт 3.1	2 бали
3.2	Пояснення, чому дальність $L - 2R \approx 1,5$ м	2 бали
	Знайдено $V_{min} = \frac{L-2R}{\sqrt{\frac{2h}{g}}} \approx 2,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$	1 бал
	Сума за пункт 3.2	3 бали
3.3	Ідея дотичної	1 бал
	Система рівнянь	2 бали
	Ідея доведення – 1 бал і числове значення $4,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ – 1 бал.	2 бали
	Сума за пункт 1.3	5 балів
	Сума за всю задачу	10 балів

4. Ліхтар. Спрощеною моделлю ліхтаря або фари автомобіля вважатимемо точкове джерело світла і плоско-опуклу тонку лінзу всередині чорного циліндру. Ліхтар налаштований так, щоб після виходу променів з лінзи у зовнішнє повітря вони розходились під кутом $\alpha = 30^\circ$, як показано на схематичному рисунку.



Відстань між лінзою і джерелом $d = 10$ см, радіус лінзи $r = 7$ см.

4.1. (2 бали) Знайдіть відстань між лінзою і зображенням у ній джерела.

4.2. (2 бали) Чому дорівнює оптична сила лінзи згідно даних задачі?

4.3. (3 бали) Ліхтар занурили у воду. Показник заломлення води $4/3$, скла лінзи $3/2$. Яким стане кут розходження променів? Уважати, що ліхтар герметичний, і вода в нього не заходить.

4.4. (3 бали) Визначте радіус кривизни сферичної поверхні лінзи, розглянувши заломлення променя на її краю.

Розв'язання «4. Ліхтар».

1. (2 бали) Продовжуємо крайній промінь, який виходить з лінзи, до перетину з головною оптичною віссю і знаходимо точку уявного зображення, відстань до якого від оптичного центру буде $r \operatorname{ctg} \alpha = r\sqrt{3} \approx 12$ см.

2. (2 бали) Підставляємо знайдені значення у формулу тонкої лінзи

$$D = \frac{1}{d} - \frac{1}{r \operatorname{ctg} \alpha} \approx 1,75 \text{ дптр.}$$

3. (3 бали) Коли ліхтар знаходиться у повітрі, кут $\alpha = 30^\circ$ є кутом заломлення променя, який виходить зі скла лінзи у повітря. Відповідний кут падіння на поверхню «скло-повітря» позначимо через β . Він не зміниться при зануренні ліхтаря у воду, але зміниться кут заломлення γ . Запишемо закони заломлення світла для цих двох випадків і поділимо один на один

$$\begin{cases} \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{n_{\text{пов}}}{n_{\text{скла}}}, \\ \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{n_{\text{води}}}{n_{\text{скла}}}. \end{cases}$$

$$\text{Маємо } \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{n_{\text{пов}}}{n_{\text{води}}} = \frac{3}{4}, \text{ звідки } \sin \gamma = \frac{3}{8} \text{ і } \gamma \approx 22^\circ.$$

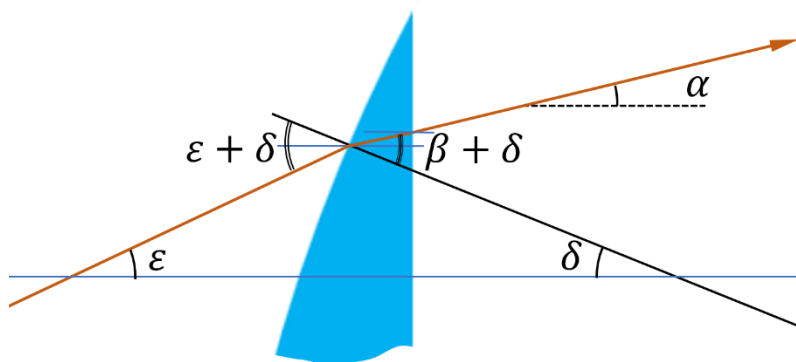
Інша ідея – скористатися тим, що вставлення плоскопаралельної пластинки не змінює напрям променя. У нашому випадку це може означати розгляд уявного

тоненького прошарку повітря паралельного плоскій поверхні лінзи, кут заломлення в який α ми знаємо. Далі – перехід цього променя з повітря у воду.

4. (3 бали) На краю лінзи промінь ледь проходить крізь її скло, тим більше, що лінзу вважаємо тонкою. Промінь заломлюється двічі. З другого заломлення «скло-повітря» знаходимо кут падіння на цю поверхню $\beta \approx 19,5^\circ$ ($\sin\beta = \frac{n_{\text{пов}}}{n_{\text{скла}}} \sin\alpha = \frac{1}{3}$). На схематичному рисунку через δ позначений кут між радіусом сферичної поверхні, проведеним до краю лінзи, і головною оптичною віссю. Зазначимо, що лінія цього радіуса є перпендикуляром до сферичної поверхні, і від неї відкладаються кути падіння і заломлення на поверхні «повітря-скло». Кут ϵ між головною оптичною віссю і променем від джерела до краю лінзи знаходимо з прямокутного трикутника: $\text{tg}\epsilon = \frac{r}{d} = 0,7$. Отже $\epsilon \approx 35^\circ$.

З закону заломлення на поверхні «повітря-скло»

$$\frac{\sin(\epsilon + \delta)}{\sin(\beta + \delta)} = \frac{\sin(35^\circ + \delta)}{\sin(19,5^\circ + \delta)} = \frac{n_{\text{скла}}}{n_{\text{пов}}} = \frac{3}{2}$$
 знаходимо або підстановкою і перебором, або через тригонометричні формули кут $\delta \approx 7^\circ$. З прямокутного



трикутника з радіусом R сферичної поверхні як гіпотенузою, отримуємо

$$R = r / \sin\delta \approx 7 \text{ см} / \sin 7^\circ \approx 57 \text{ см}.$$

Відмітимо, що ті, хто скористався формулою для тонкої лінзи і параксіальних променів, а саме виразом для оптичної сили $D = \frac{n-1}{R}$, коли з обох сторін лінзи повітря, знайшов іншу, неправильну відповідь

$$R = \frac{n-1}{D} = \frac{0,5}{1,75 \text{ дптр}} \approx 28,6 \text{ см}.$$

По-перше, він не виконав умову п. 4.1 задачі «Визначте радіус кривизни сферичної поверхні лінзи, **розглянувши заломлення променя на її краю**». По-друге, використав формулу оптичної сили лінзи через її геометричні розміри та показники заломлення, яка виводиться з умови параксіальності променів. По-третє, зекономив час, якщо не навів вивід формули, що не входить до стандартної програми.

Слід пам'ятати, що формули мають обмеження, у зв'язку з чим умови задач вимагають знаходити відповідь певним шляхом. Це не слід ігнорувати. За відповідь 28,6 см або округлену ставимо 1 бал з 3. Якщо для оптичної сили плоско-опуклої лінзи у повітрі формула $D = \frac{n-1}{R}$ була виведена і зазначалося її обмеження для умов задачі (тобто учень продемонстрував розуміння обмеження формули, але все ж таки її використав), ставимо 2 бали з 3-х.

4.1	Розуміння що таке уявне зображення (рисунок, текст)	1 бал
	Правильне формула і числове значення с будь-яким розумним округленням $r \operatorname{ctg} \alpha = r\sqrt{3} \approx 12$ см. (наявність правильної відповіді означає розуміння поняття уявного зображення)	1 бал
	Сума за пункт 4.1	2 бали
4.2	Формула тонкої лінзи $D = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$ або її варіації зі знаком	1 бал
	Вірне застосування формули і значення $D \approx 1,75$ дптр (або інше округлення)	1 бал
	Сума за пункт 4.2	2 бали
4.3	Фізично розумна ідея знаходження кута	1 бал
	Реалізація ідеї і знаходження $\gamma \approx 22^\circ$.	2 бали
	Сума за пункт 4.3	3 бали
4.4	Фізична ідея радіуса кривизни поверхні і частина рівнянь	1 бал
	Розрахунки, $R \approx 57$ см або округлення. При вірному підході, але арифметичній помилці 1 бал з 2 балів. При використанні формули $D = \frac{n-1}{R}$ див. коментарі у розв'язанні	2 бали
	Сума за пункт 4.4	3 бали
	Сума за всю задачу	10 балів