

11 клас

*«Вчити себе самого – благородна справа, але ще більш
благородна – вчити інших; до речі, останнє куди легше».*
Марк Твен

11.1. Знайдіть усі пари цілих чисел (a, b) , що задовольняють рівності: $a^3 - 5ab + 10b = 8$.

11.2. Петрик та Василь грають у гру, роблячи ходи по черзі, починає Петрик. На столі лежить декілька купок з камінцями. Якщо в кожній купці однакова кількість камінців, то той, чий хід – програє. Інакше, гравець, чий хід, вибирає довільні дві купки з різною кількістю камінців, наприклад, n та m камінців, де $n > m$. Після цього він ділить більшу купку на дві, що містять m та $n - m$ камінців. Хто переможе в цій грі, якщо кожний хоче перемогти і на початку гри маємо дві купки камінців, що містять 2025 та 1010 камінців відповідно?

11.3. У коло ω з центром у точці O вписано такий п'ятикутник $ABCDE$, для якого прямі AE та BD паралельні. На діагоналях AC та CE обрано такі точки X та Y відповідно, що $\angle EDY = \angle CDB$ та $\angle ABX = \angle CBD$. Доведіть, що описані кола ΔDYO та ΔBXO вдруге перетинаються на колі ω .

11.4. Маємо довільне 2026-цифрове натуральне число n . Доведіть, що цифри цього числа можна так переставити місцями, що отримане 2026-цифрове число буде складеним.

11.5. Знайдіть найменше натуральне n таке, що для довільних n дійсних чисел $x_1, x_2, \dots, x_n$, не обов'язково різних, існують такі 4 індекси $1 \leq i < j < k < l \leq n$, що

$$x_i x_j x_k x_l + x_i + x_j + x_k + x_l \geq -3.$$

11 клас

*«Вчити себе самого – благородна справа, але ще більш
благородна – вчити інших; до речі, останнє куди легше».*
Марк Твен

11.1. Знайдіть усі пари цілих чисел (a, b) , що задовольняють рівності: $a^3 - 5ab + 10b = 8$.

11.2. Петрик та Василь грають у гру, роблячи ходи по черзі, починає Петрик. На столі лежить декілька купок з камінцями. Якщо в кожній купці однакова кількість камінців, то той, чий хід – програє. Інакше, гравець, чий хід, вибирає довільні дві купки з різною кількістю камінців, наприклад, n та m камінців, де $n > m$. Після цього він ділить більшу купку на дві, що містять m та $n - m$ камінців. Хто переможе в цій грі, якщо кожний хоче перемогти і на початку гри маємо дві купки камінців, що містять 2025 та 1010 камінців відповідно?

11.3. У коло ω з центром у точці O вписано такий п'ятикутник $ABCDE$, для якого прямі AE та BD паралельні. На діагоналях AC та CE обрано такі точки X та Y відповідно, що $\angle EDY = \angle CDB$ та $\angle ABX = \angle CBD$. Доведіть, що описані кола ΔDYO та ΔBXO вдруге перетинаються на колі ω .

11.4. Маємо довільне 2026-цифрове натуральне число n . Доведіть, що цифри цього числа можна так переставити місцями, що отримане 2026-цифрове число буде складеним.

11.5. Знайдіть найменше натуральне n таке, що для довільних n дійсних чисел $x_1, x_2, \dots, x_n$, не обов'язково різних, існують такі 4 індекси $1 \leq i < j < k < l \leq n$, що

$$x_i x_j x_k x_l + x_i + x_j + x_k + x_l \geq -3.$$