

8 клас

*«Вчити себе самого – благородна справа,
але ще більш благородна – вчити інших;
до речі, останнє куди легше».*
Марк Твен

8.1. Знайдіть усі пари натуральних чисел (a, b) , що задовольняють умови: число $b + 1$ ділиться націло на число a та число $2a + 1$ ділиться націло на число $3b$.

8.2. Двоцифрове число a та деяке число b , не обов'язково ціле, задовольняють умову:

$$\frac{a}{b} + \frac{a+1}{b+1} = 2.$$

Скільки різних значень може приймати вираз $a - b$?

8.3. Два кола ω_1 та ω_2 перетинаються в точках A та B . Дотична з точки A до кола ω_1 перетинає коло ω_2 вдруге в точці D , а дотична з точки A до кола ω_2 перетинає коло ω_1 вдруге в точці C . Пряма BC вдруге перетинає коло ω_2 в точці C_1 , а пряма BD вдруге перетинає коло ω_1 в точці D_1 . Доведіть, що $CC_1 = DD_1$.

8.4. У київському клубі зібралися 10 людей. Відомо, що довільних 4 людини можна розбити на 2 такі пари, що у кожній з цих пар люди мають спільного знайомого поза парою. У клубі немає того, хто знає більше людей, ніж Микола. Знайдіть найменшу можливу кількість знайомих, які може мати Микола.

8.5. Знайдіть всі четвірки чисел (n, p, q, r) , де n – натуральне число, а p, q, r – прості числа, що задовольняють рівності:

$$p^2 + 2qr = 6^n + 1.$$

8 клас

*«Вчити себе самого – благородна справа,
але ще більш благородна – вчити інших;
до речі, останнє куди легше».*
Марк Твен

8.1. Знайдіть усі пари натуральних чисел (a, b) , що задовольняють умови: число $b + 1$ ділиться націло на число a та число $2a + 1$ ділиться націло на число $3b$.

8.2. Двоцифрове число a та деяке число b , не обов'язково ціле, задовольняють умову:

$$\frac{a}{b} + \frac{a + 1}{b + 1} = 2.$$

Скільки різних значень може приймати вираз $a - b$?

8.3. Два кола ω_1 та ω_2 перетинаються в точках A та B . Дотична з точки A до кола ω_1 перетинає коло ω_2 вдруге в точці D , а дотична з точки A до кола ω_2 перетинає коло ω_1 вдруге в точці C . Пряма BC вдруге перетинає коло ω_2 в точці C_1 , а пряма BD вдруге перетинає коло ω_1 в точці D_1 . Доведіть, що $CC_1 = DD_1$.

8.4. У київському клубі зібралися 10 людей. Відомо, що довільних 4 людини можна розбити на 2 такі пари, що у кожній з цих пар люди мають спільного знайомого поза парою. У клубі немає того, хто знає більше людей, ніж Микола. Знайдіть найменшу можливу кількість знайомих, які може мати Микола.

8.5. Знайдіть всі четвірки чисел (n, p, q, r) , де n – натуральне число, а p, q, r – прості числа, що задовольняють рівності:

$$p^2 + 2qr = 6^n + 1.$$